049 - Principio de la situación con el método de las distancias lunares

Desde hace años, la teoría de las distancias lunares me interesa y he estudiado más profundamente este método que permite determinar la situación de un barco en alta mar. Las tablas astronómicas actuales me han ayudado mucho y he tenido la suerte de tener apoyos en la biblioteca del Museo naval de Madrid.

Con el avance de las matemáticas y de los instrumentos de medida actuales se puede, con cierta facilidad, determinar la situación de un buque, sin cronómetro, pero con la ayuda de una ampolleta o, más sencillamente, midiendo mentalmente los segundos entre las medidas, método muy fácil de aplicar.

He llegado a la conclusión de que este método ofrece una precisión media, pero suficiente para situarse en alta mar.

Cristóbal Colon y los navegantes-astrónomos que le acompañaban habrían podido conocer su longitud con bastantemente precisión, tanto en la mar como en tierra, y esto con el enorme y preciso astrolabio que Juan de la Cosa llevó desde su querido puerto de Santoña. Pero en 1492 no había ningún instrumento de medida angular entre dos astros (necesidad de un instrumento óptico) y las efemérides de dicha época no tenían la precisión que tuvieron más tarde, en tiempo de Maskelin que dirigía el observatorio de Greenwich en el siglo XVIII.

El método es un poco pesado, largo y las medidas son difíciles de obtener con una precisión adecuada. No se debe olvidar que unos 4 segundos de tiempo representan 1 minuto de arco, el cual mide una milla, o sea 1852 metros según las normas actuales de la OMI.

Quizá sea el momento de recordarnos que los mejores sextantes de hoy en día nos dan una precisión del orden de 0.5’ entre dos observadores distintos, es decir el límite de la percepción del ojo humano.

Entre los diversos métodos para determinar la longitud sin cronómetro, el más estudiado y más debatido es ciertamente el de las distancias lunares.

Al parecer, el primero que tuvo la idea de este método fué Amerigo Vespucci. Otros estudiaron el método tal como Frius, Kepler, Morin, Halley, La Lande, sin olvidar a Maskelin, su último defensor, que luchó contra la idea misma del cronómetro propuesto por Harrison. Hoy en día se sabe que los chinos así como los egipcios conocían y utilizaban el método, muchos años antes de que Europa volviera a descubrir esta técnica.

No vamos a debatir aquí la evolución del método a lo largo de los siglos. Sólo vamos a estudiar el principio y la posibilidad de una aplicación más sencilla, habida cuenta de los métodos de cálculo actuales.

Nuestro estudio se limitará a las distancias lunares, pero por supuesto el principio sigue siendo el mismo para otros astros que no sean la Luna y el Sol.

No podemos olvidar tampoco que este método permitió al circunnavegarte americano Joshua Slocum, así como al francés Bernard Moitessier situarse en zonas peligrosas con gran precisión, sin cronómetro. De manera general el método de las distancias lunares se siguió utilizando con éxito hasta el siglo XX.

Un poco de teoría

La Luna es el astro más cercano a nuestra Tierra. De hecho, la posición de nuestro satélite cambia rápidamente en relación con las estrellas, planetas o el Sol.
Sabemos que la Luna da la vuelta a la bóveda celeste en poco menos de un mes. Así, la distancia entre la Luna y una estrella varía de manera significativa en el tiempo. De media, la Luna avanza unos 12° por día con respecto a las estrellas, es decir unos 30’ por hora, prácticamente el valor de su diámetro.

Tenemos efemérides específicas para esto, pero podemos también calcular con anticipación la distancia Sol-Luna para distintas horas en el meridiano de origen (Greenwich). Actualmente las tablas de navegación HO son las más adecuadas para estos cálculos.

Comparando la distancia lunar que hemos calculado con la medida que se puede tomar a bordo del barco, obtenemos la diferencia en tiempo con respecto al valor en el meridiano de origen.

Dicho de otra manera, sabiendo que la distancia lunar medida con el sextante de a bordo corresponde a una hora TU muy concreta, podemos obtener la hora local en el barco y calcular con los métodos habituales la situación que corresponde a las alturas de los astros utilizados, en nuestro caso la Luna y el Sol.

En la práctica

Tenemos que tomar a la vez la altura del Sol, la de la Luna y, además, la distancia entre ambos astros. Son muchas medidas juntas, pero si no tenemos un cronómetro de marina hay que aceptar unas dificultades más.

Anotar que es necesario disponer de una solución para medir diferencias de tiempo, por ejemplo, con un reloj de pulsera, una ampolleta, etc. También se pueden contar los segundos de tiempo que pasan, funciona muy bien y con una precisión suficiente.

Las dificultades

Hoy día ya no existen las tablas efemérides que daban las distancias lunares de 3 en 3 horas o las tablas del BRITISH MARINER’S GUIDE que proponía Maskelin a los almirantes de su Graciosa Majestad británica, y las tablas de José de Mendoza y Ríos.
Los CONOCIMIENTOS DEL TIEMPO, en versión francesa o española, así como el BOWDITCH americano ya no dan a los navegantes este tipo de información.
Dichas distancias lunares se pueden descargar en internet en páginas como:

https://thenauticalalmanac.com/Lunar_Distance_Tables.html
https://webspace.science.uu.nl/~wepst101/ld/tables.html
https://clockwk.com/apps/predict/

También hay que tener en cuenta las dificultades que supone tomar las medidas en sí. Como necesitamos mucha precisión, habrá que corregir al máximo las alturas, utilizando los datos de correcciones de las tablas astronómicas que figuran en las efemérides.

Sería oportuno tomar una distancia lunar que esté en el camino de nuestro satélite: en este camino se nota más el movimiento horario por ser más rápido. Así podemos mejorar la precisión. Se puede apreciar la trayectoria de la Luna en el cielo tomando la bisectriz del ángulo que marcan los dos cuernos del creciente lunar.

Se aconseja tomar una serie de medidas y anotar los valores en un gráfico y esto para cada astro y/o medida de ángulo. Así se pueden eliminar las medidas erróneas y también podemos realizar interpolaciones.

La experiencia nos dice que es preferible tomar medidas en el siguiente orden:

- altura de la Luna
- altura del Sol
- distancia Luna-Sol

¡En tiempos pasados no era inhabitual que tres personas distintas tomaran todas estas medidas al mismo tiempo, cada uno con su sextante!

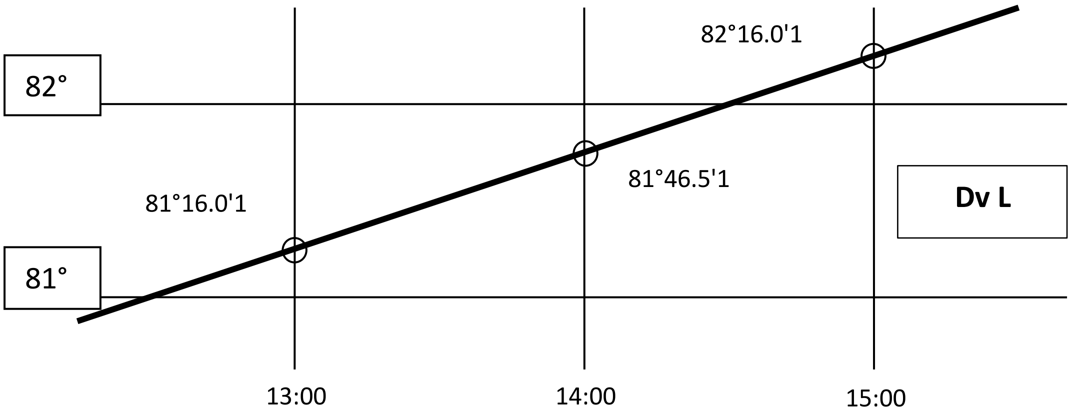
El método propuesto anteriormente significa que tengamos en el buque una posibilidad de medir, si no la hora, al menos el tiempo pasado entre las medidas. Hasta un viejo despertador puede ser suficiente, pero se puede perfectamente contar los segundos separando las medidas, al igual que se practica cuando se determina el período de la luz de un faro. El resultado es quizás un poco menos preciso, pero ya veremos los límites de este método.

Queda claro que el marino tiene cierta idea de la situación donde está su barco, tanto con el método de las distancias lunares como con los métodos actuales de navegación astronómica.

<u>Búsqueda de la distancia lunar calculada (efemérides)</u>
Como ya no existen las tablas de distancias lunares, tenemos que reconstruirlas, con las tablas HO, no entro en detalles. En la página en francés se puede ver el proceso de este cálculo.

Con un trabajo bastantemente simple (resolución de un triángulo esférico) obtenemos los valores para las horas TU que nos interesan, resultados que podemos también presentar bajo forma de gráfico.

Admitiendo que la progresión es linear, podemos pues indicar, para cada instante entre dos horas en punto (13:00 - 14:00 – 15:00), el valor de la distancia lunar y vice-versa. Desde un punto de vista matemático y práctico se demuestra que tenemos una precisión más que suficiente de los valores y que la progresión de éstos es efectivamente linear.



Es un poco como un horario de autobús o de ferrocarriles: Sabiendo la hora, sabemos dónde estamos. Conociendo nuestra posición, podemos conocer la hora.

Correcciones de las medidas de distancias lunares obtenidas con el sextante

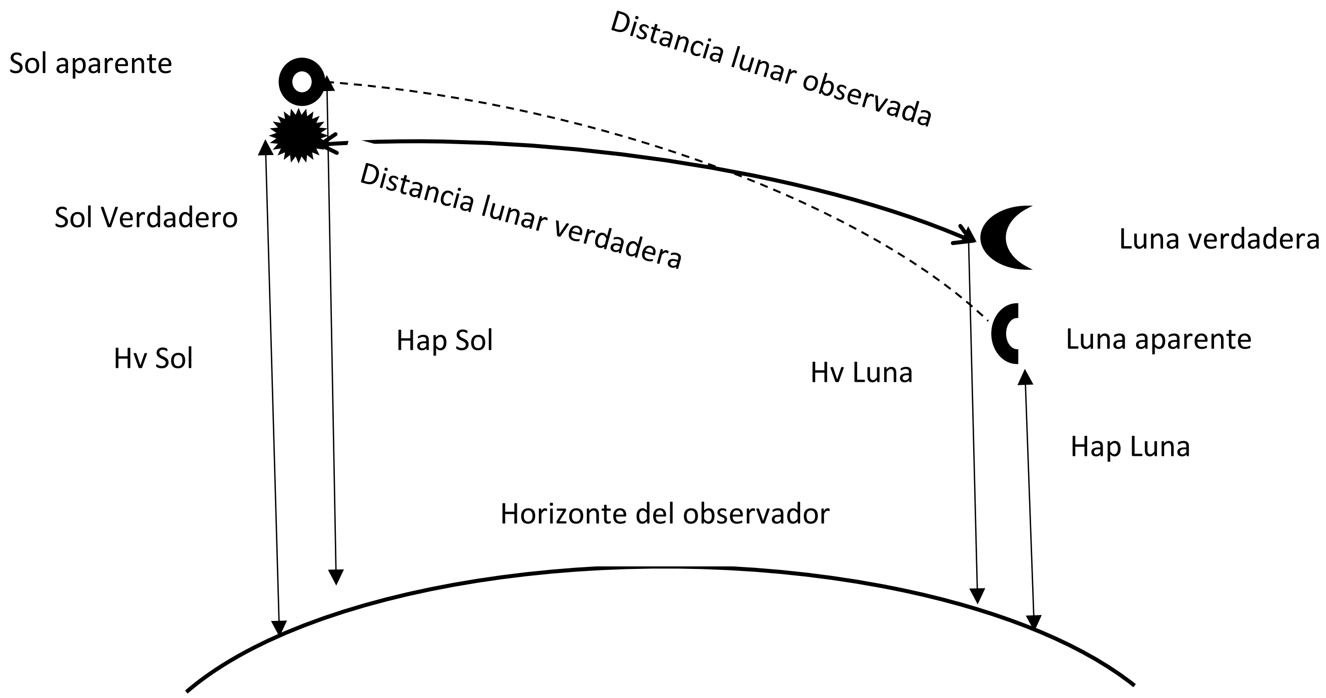
Como es usual, empezamos por corregir el sextante de sus errores instrumentales. Luego, tenemos que tener en cuenta el semidiámetro de los astros, basándonos en las tablas de las efemérides náuticas, pero no tenemos que tener cuenta la depresión debida a la altura del observador porque no entra en cuenta el horizonte.

Ahora tenemos que corregir la reflexión y la paralaje.

Sabemos que la corrección de la paralaje es debida al hecho que no estamos en el centro de la Tierra. El ángulo corresponde al radio que representaría la Tierra, vista desde el astro observado (Sol, Luna, etc.). El valor depende de la altura del astro por encima del horizonte. Es máximo cuando la altura es nula y nulo cuando el astro está en el cenit.

Hay que recordar que el valor de la corrección de paralaje es siempre negativo, la reflexión de los rayos luminosos a través de la atmósfera terrestre hace que el astro siempre parezca más alto que lo que está en realidad. Por ejemplo, en el ocaso, el centro real del Sol está exactamente en el horizonte cuando se ve todavía un tercio de su diámetro por encima del horizonte.
En cuando a la paralaje, siempre es positiva y puede alcanzar, en el caso de la Luna, hasta 62'.

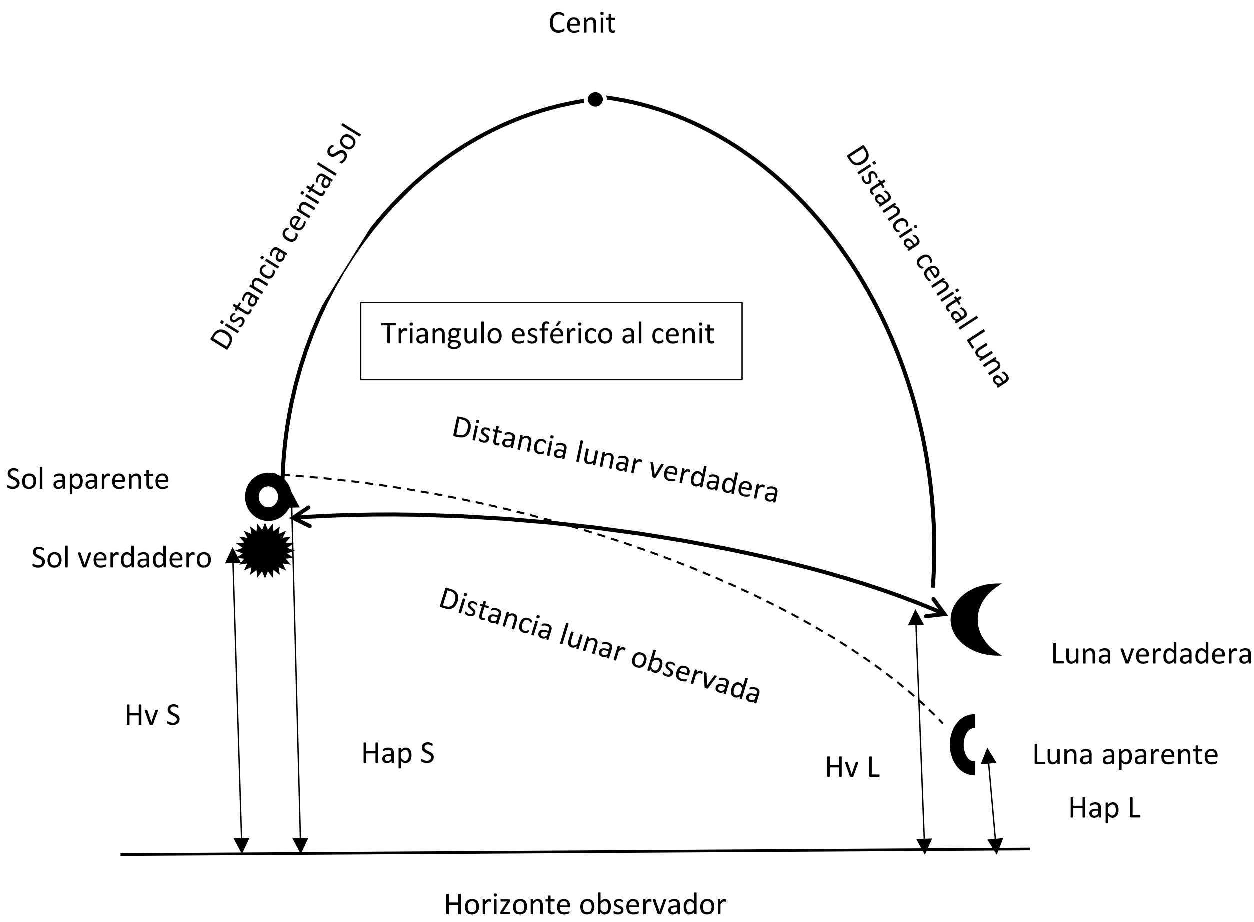
Abreviaciones utilizadas:
Hv = Altura verdadera del astro (todas las correcciones astronómicas)
Hap = Altura aparente del astro (altura corregida por elevación del observador)
Dv = distancia lunar verdadera
Da = distancia lunar aparente
Ho, Do = altura o distancia observada (corregida de los errores instrumentales)



Tenemos que convertir la distancia lunar observada (----), corregida de los semidiámetros respectivos, en la distancia lunar verdadera (——), corregida de la refracción del Sol y de la paralaje así como de la refracción de la Luna (asumiendo la paralaja solar como omisible).

La fórmula para corregir la medida de una distancia lunar (cleaning, limpieza en inglés) es ciertamente un poco complicada, ya que hay que tener en cuenta muchos elementos, como se ha visto anteriormente.

A lo largo de los siglos, muchos matemáticos y astrónomos han estudiado este problema para encontrar un método de cálculo sencillo para este complejo problema. Por citar sólo algunos: Borda y Delambre en Francia, Krafft, Young, Airy, Leacher, Merrifield y también Chauvenet en Estados Unidos, Lyons y Dunthorne en Gran Bretaña, sin olvidar a Maskelin, el gran defensor del método en el Reino Unido.
Todas las fórmulas matemáticas propuestas son necesariamente complejas, dado el número de elementos que hay que tener en cuenta. Pero el marino no necesita precisión de segundos de arco: en su barco, lo más que puede pretender es buscar el límite del medio minuto, o menos pretenciosamente, el minuto de ángulo.
Los matemáticos se han esforzado en encontrar fórmulas trigonométricas sencillas, utilizando logaritmos y elementos como el verso seno y el haversine de los anglosajones (véase mi texto 085 - Haverseno y verso seno).



Esta figura ilustra la corrección que debemos hacer a la medida de la distancia lunar observada para obtener la distancia verdadera.

Podemos ver que el ángulo cenital es común a los dos triángulos esféricos formados por el Sol observado en relación con el Sol verdadero por un lado y la Luna observada en relación con la Luna verdadera por el otro. Lógicamente, el lado opuesto al ángulo en el cenit cambia de los valores observados a los valores verdaderos, a medida que cambian los valores de los lados.

Por tanto, podemos aplicar las fórmulas básicas de la trigonometría esférica (fórmula del coseno) a estos dos triángulos con ángulos de vértice idénticos, y luego relacionarlos entre sí como iguales.

Esto nos dará una fórmula para calcular el valor de la distancia lunar verdadera, dados los demás elementos de los triángulos esféricos.

Para calcular la distancia lunar Dv, se puede utilizar la fórmula de Young:
- cos Dv = (cos Do + cos (Ho L + Ho S)) * cos Hv L * cos Hv S/cos Ho L / cos Ho S - cos (Hv L + Hv S)

O el método de Dunthorne :
- cos Dv = cos (Hv L - Hv S) - (cos (Ho L + Ho S) - cos Do) * cos Hv L * cos Hv S / cos Ho L / cos Ho S

Estas fórmulas se derivan de la resolución de triángulos esféricos, que da la siguiente relación:
- cos Dv = sin Hv L * sin Hv S + (cos Da - sin Ha L*sin Ha S) * cos Hv L * cos Hv S / cos Ha L / cos Ha S

Como ya se ha dicho, se trata simplemente de utilizar la fórmula fundamental de los triángulos esféricos, en doble, aplicada a los 2 triángulos cenitales con sus posiciones aparente y verdadera. Lo que tienen en común estos triángulos es el ángulo correspondiente a la diferencia de acimut entre los dos astros.

Todos estos cálculos resultan bastante sencillos cuando se tiene la posibilidad de utilizar una calculadora científica.

Interpolación linear

Con una simple regla de tres, o con un gráfico podemos determinar ahora la hora TU a la cual corresponde la distancia lunar verdadera D_V, la medida corregida de todos los datos que hemos visto precedentemente.
Podemos ahora pasar a los cálculos astronómicos convencionales y determinar nuestra posición, utilizando las medidas de altura de la Luna y del Sol, por medio de dos rectas de altura.

Ejemplo de distancia lunar

Para ilustrar el método vamos a utilizar una situación concreta con los elementos siguientes:

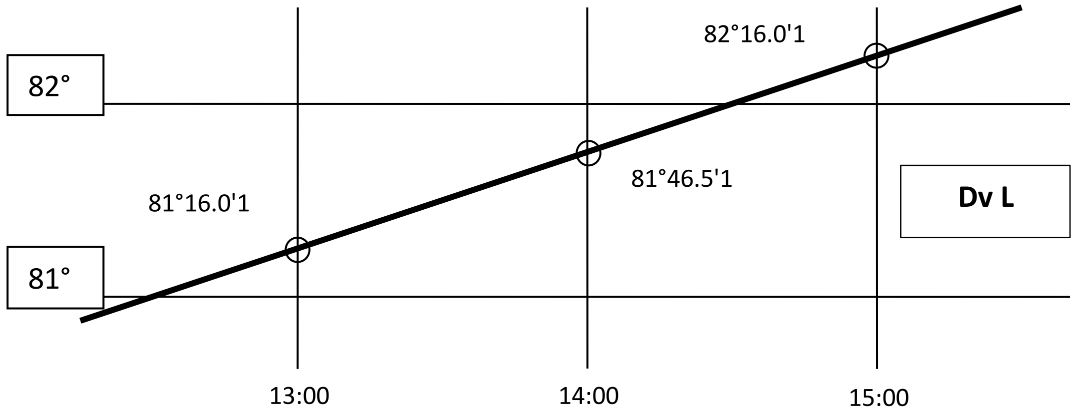
El 23 de abril 2007, un poco después de la meridiana estamos en una posición estimada de L_e = 49° N con una longitud supuesta de algo como G_e = 008° W, sin cronómetro.

Tomamos una serie de medidas con el sextante:

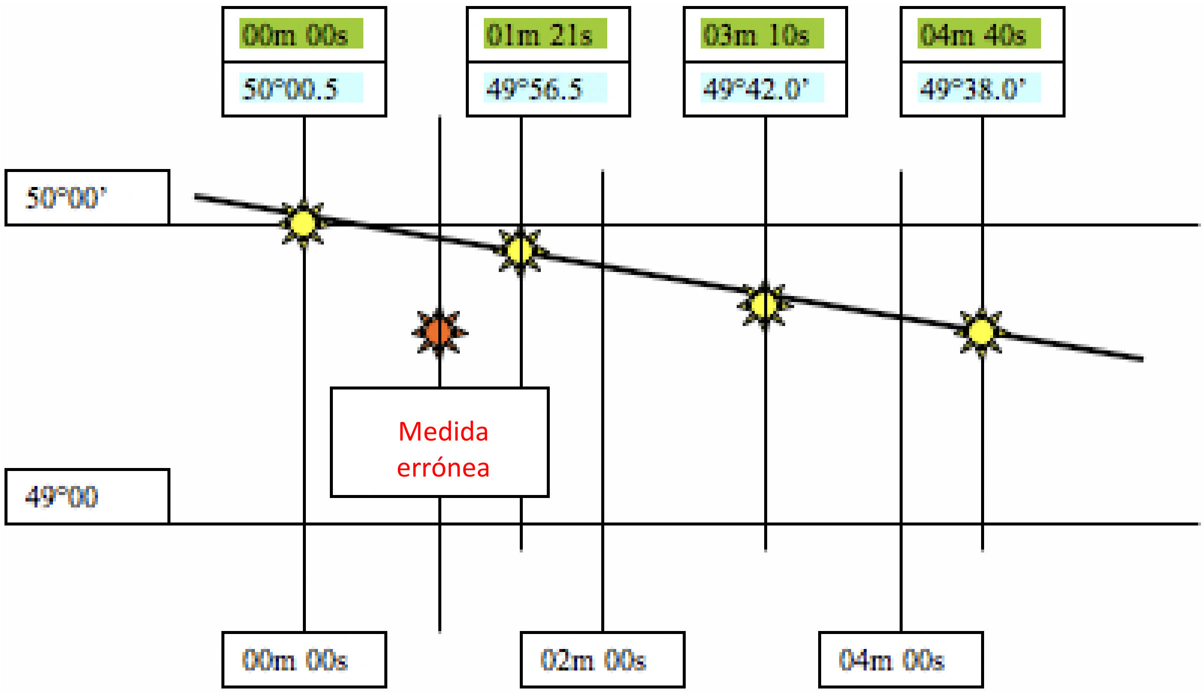
- Sol H_i S	50° 00.5’	tiempo	00m 00s
- Sol H_i S	49° 56.5’		01m 21s
- Luna H_i L	32° 50.0’		02m 50s
- Sol H_i S	49° 42.0’		03m 10s
- Distancia Lunar D_i	81° 58.5’		03m 40s
- Luna H_i L	33° 06.0’		04m 20s
- Sol H_i S	49° 38.0’		04m 40s
- Luna H_i L	33° 13.0’		05m 07s

Punto 1
Como primer paso, vamos a calcular las efemérides y crear una tabla de distancias lunares. Se puede también buscar estas distancias en Internet, en la página www.staf.science.uu.nl/tables lunar distance o https://clockwk.com/apps/predict/.

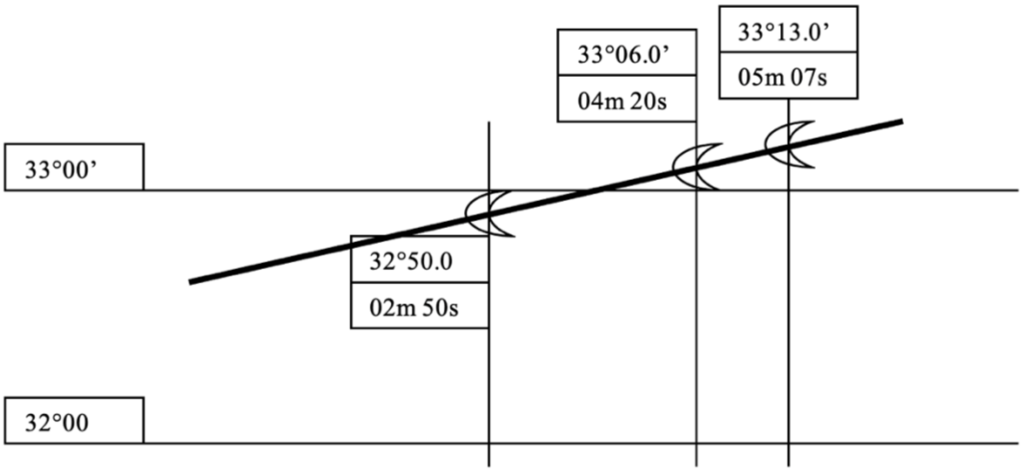
En una longitud estimada de 8°W, el Sol pasa por el meridiano un poco más de 30 minutos después de haber pasado por el de Greenwich (15° a la hora). Con un margen suficiente podemos estimar que estamos entre las 13h y las 14h TU. Se puede apreciar esta evolución de la D_V con el gráfico que tenemos aquí más arriba. Se nota a primera vista como aumenta la D_V y que ésta es linear presentando, en la fecha del 23 de abril 2007, un valor de 30.0' por hora.



Punto 2
Las alturas del Sol se pueden también trazar bajo forma de gráfico. Se puede ver que la disminución de las alturas del Sol (estamos por la tarde) en pocos minutos progresan de forma linear. En caso de necesidad, se puede apreciar a primera vista las posibles medidas erróneas.



Punto 3
Se procede de la misma manera con las alturas de la Luna, las cuales se ven también bajo forma de progresión linear.



Por ahora, podemos afirmar que en el instante de la medición de la distancia lunar D_i, o sea en el tiempo 03m 40s de nuestro instrumento de medida de tiempo (cronómetro – ampolleta - reloj), las alturas de los astros eran respectivamente de:

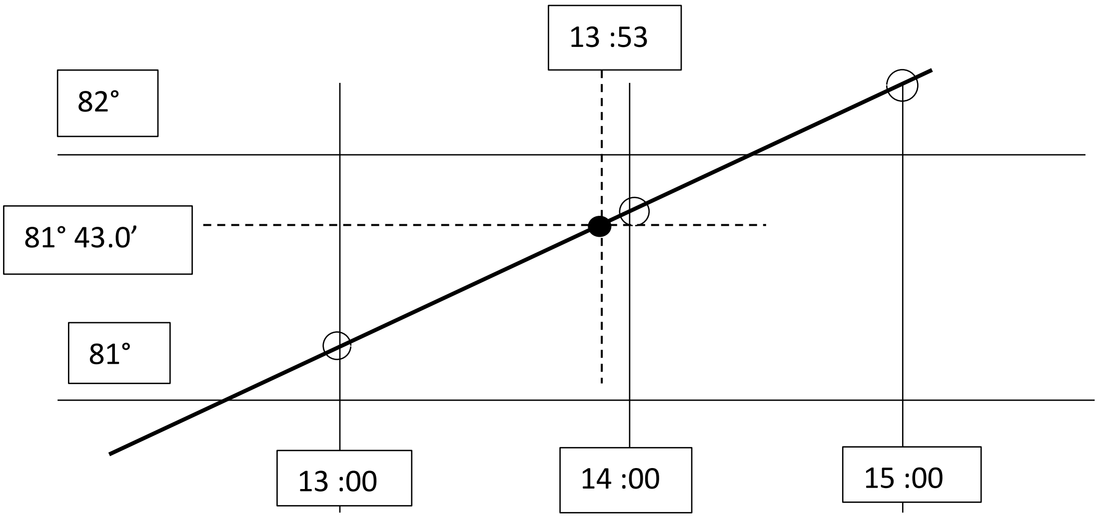
H_i = 32° 57.0’ para la Luna,
H_i = 49° 40.5’ para el Sol con D_i = 81° 58.5’ como distancia lunar.

Punto 4,
Correcciones de alturas de los astros. Con la elevación del ojo dada como 4 m, corregimos las alturas de la Luna y el Sol por depresión, así como ½ diámetros y refracción:
- Hi S 49° 40,5' + corr. 11,6 = Hv S = 49° 52,1' (refracción = 0,8' y paralaje = 0,0')
- Ha S 49° 53,0'

- Hi L 32° 59.0' + corr. 58.9 = Hv L = 33° 57.9' (refracción = 1.5' y paralaje = 52.7')
- Ha L 33° 11.5'

Punto 5
Correcciones de la distancia lunar (limpieza o cleaning).
En primer lugar, hay que tener en cuenta los semidiámetros respectivos de los dos astros, es decir, 15,7' y 15,8', según las efemérides. Así pues, Di pasa de 81° 58,5' a Da = 82° 30,0'.
Utilicemos la fórmula general mencionada anteriormente:
cos Dv = sin Hv L * sin Hv S + (cos Da - sin Ha L*sin Ha S) * cos Hv L * cos Hv S / cos Ha L / cos Ha S.
cos Ha L / cos Ha S.
Unos tecleos rápidos con la calculadora y obtenemos una distancia lunar verdadera de Dv = 81°43,0'.

Punto 6,
Determinación de la hora TU. Nos queda por determinar a qué hora exacta corresponde esta distancia lunar verdadera (corregida), tomando en cuenta el gráfico elaborado en el punto 1 más arriba. Estamos un poco antes de las 14h TU, concretamente a las 13h 53m.



Por supuesto el método grafico no permite más precisión, lo cual podrían hacer los cálculos matemáticos.
Nótese también que la precisión de las tablas HO /AP utilizadas en nuestros cálculos, no excede el medio minuto, al igual que la precisión del ojo humano en una medición con el sextante.

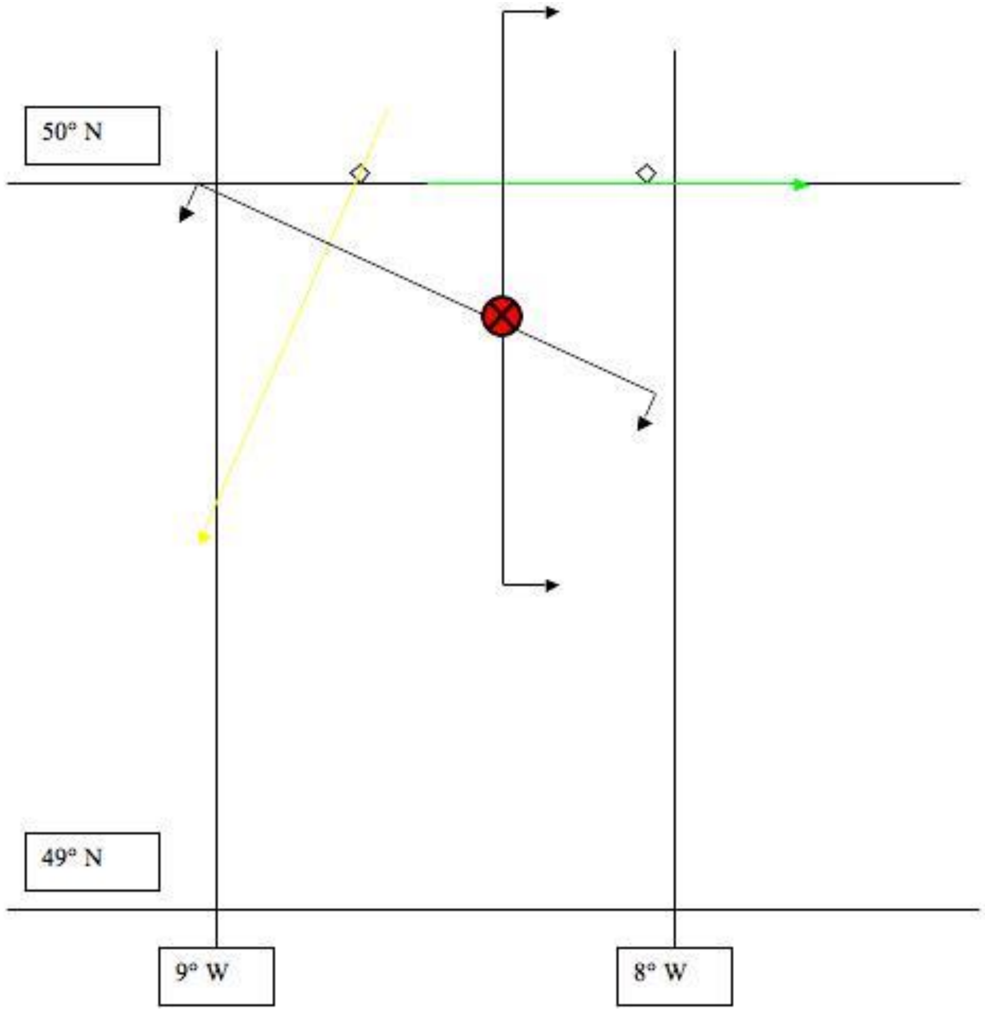
Punto 7, Situación
Tomamos ahora las alturas del Sol y de la Luna a la hora común correspondiente a la D_V medida, es decir las 13h 53m, que corresponde a los 03m 40s de nuestras medidas.

- Para el Sol, tenemos H_i = 49° 40.5’ Hv S = 40° 52.2’
- Para la Luna, la medida es H_i = 32° 59.0 Hv L = 33° 58.0’

Con los métodos usuales obtenemos:
- Para el Sol, un intercept de 7.5 M más cerca, con un G_a de 008° 39.3 y un azimut Z_V de 211°.

- Para la Luna, un intercept de 14.5 M más lejos, con un G_a de 008° 02.4 y un azimut Z_V de 090°.

Lo cual da la imagen siguiente en un gráfico en proyección Mercator:



<u>En conclusión</u>, está claro que los resultados no son tan precisos como cabría esperar utilizando los métodos convencionales actuales y un cronómetro de calidad. Además, el método es bastante complicado y requiere mucho tiempo.

Sin embargo, sigue teniendo un gran interés cultural y demuestra que los navegantes de la época tenían más de un as en la manga. Al mismo tiempo, hay que recordar que en los siglos XVII y XVIII los instrumentos de medición aún no ofrecían la precisión de los sextantes actuales, y que el precio de tales instrumentos representaba una fortuna (véase mi artículo 114 - El valor de los instrumentos de medición de ángulos en el mar).

Por tanto, el método de posicionamiento por distancias lunares estaba totalmente justificado.

P.-A. Reymond Lausanne, 28-03-2007 / R2023

Bibliografía y crédito imágenes

- - Clés de voûtes, Leïla Haddad et Alain Cirou, Ed, Seuil AFA, Paris 2001
- - Regimento de navegación, Pedro de Medina, 1563, Facsímil Instituto de España, 1964
- - Nicholl's Concise Guide, Brown & Ferguson, Galsgow, 1961
- - Longitude, Dava Sobel, Walker and Compagny, New York 1995
- - American Practical Navigator, Nathaniel Bowditch, US Navy Hydrographic Office, Washington, 1962
- - Personal notes, Reymond, University of Southampton, 1964
- - Cours de navigation astronomique, P.-A. Reymond, CMKCI, Lausanne et Neuchâtel, 1983 et 2007
- - Ma.-I. Goni-Picher
- - Astronomía Náutica, Cádiz
- - Navegación astronómica, Luis Mederos
- - CMKCI
- - Cours d'astronavigation, Mongenet & Reymond
- - https://www.plaisance-pratique.com/IMG/pdf/07.4_les_procedes_de_calcul.pdf
- - http://www.siranah.de/html/sail008i.htm
- - Self-Contained Celestial Navigation with HO 208 de John S. Letcher, Jr.
- - Y. Massé
- - https://www.cadrans-solaires.info/le-magazine/