049R – NAVIGATION ASTRONOMIQUE, Méthode des DISTANCES LUNAIRES

Divers lecteurs m'avaient contacté et demandé la suite des aventures lunaires parues dans le CRUISING de février 2007, soit une approche des **méthodes des distances lunaires.** Grâce à la collaboration d'un lecteur assidu, merci Yvon, voici une version actualisée de mon texte de l'époque, révisé en cette année 2023.

Introduction

Parmi les méthodes de détermination de la longitude sans chronomètre, celle qui a été le plus poussée et a fait le plus couler d'encre est certainement celle des distances lunaires.
Il semble que le premier qui eut l'idée de cette méthode fut AMERIGO VESPUCCI.
D'autres s'y sont attelés, tels FRISUS, KEPPLER, MORIN, HALLEY, LA LANDE, sans oublier MASKELYNE qui fut pratiquement son dernier défenseur acharné, luttant contre l'arrivée du chronomètre proposé par HARRISON.
Il est également dit aujourd'hui que les chinois comme les égyptiens connaissaient et utilisaient la méthode, bien avant que l'Europe ne la « redécouvre ».

Nous ne développerons pas ici l'évolution de la méthode au cours des siècles, mais nous contenterons d'en enregistrer le principe et la possibilité d'une application au regard des méthodes de calcul actuelles, ainsi que du développement des calculettes techniques.

Notre approche se limitera à relater les seules distances Lune-Soleil, mais le principe reste le même si d'autres astres sont utilisés.

Cette méthode a permis au circumnavigateur Joshua SLOCUM comme à Bernard MOITESSIER de réussir de parfaits atterrissages, sans disposer d'un chronomètre fiable. Les distances lunaires ont été utilisées avec succès, jusqu'au XX^{e} siècle.

Un peu de théorie

La Lune est l'astre le plus rapproché de notre Terre. La position de notre satellite change de ce fait rapidement par rapport aux étoiles, planètes ou au Soleil.

Nous savons en effet que dame la Lune parcourt la sphère céleste en un petit mois. La distance angulaire entre la Lune et une étoile varie ainsi de manière remarquable et significative dans le temps.
En moyenne, la Lune avance de quelques 12° par jour par rapport aux étoiles, soit environ 30' par heure, pratiquement la valeur de son diamètre.

Si nous connaissons les coordonnées célestes (GHA et D.) des astres concernés, nous pouvons facilement calculer à l'avance la distance de l'étoile (ou du Soleil) à la Lune pour différentes heures au méridien d'origine (Greenwich actuellement).

En comparant la distance ainsi calculée avec celle que l'on mesure sur le navire, on obtient la différence d'avec la mesure au méridien d'origine, donc la longitude.

Autrement dit, sachant que la distance lunaire mesurée correspond à une heure UT bien précise, on peut obtenir l'heure du bord et calculer ainsi notre position par les méthodes usuelles au regard des hauteurs respectives des astres concernés, soit dans notre exemple la Lune + le Soleil.

On doit donc relever à la fois la hauteur de l'étoile ou du Soleil, celle de la Lune et en plus la distance entre les deux astres. Cela fait beaucoup de mesures à la fois, mais si on ne dispose pas de l'heure exacte ou si le chronomètre s'est arrêté, il faut savoir admettre quelques difficultés supplémentaires. Il est cependant nécessaire d'avoir la possibilité de mesurer des différences de temps (p.ex. avec une montre bracelet, un sablier, etc.).

Les difficultés

Aujourd'hui, il n'existe plus de tables éphémérides donnant les distances lunaires de 3 heures en 3 heures, ou les tables du BRITISH MARINER'S GUIDE que proposait MASKELINE à l'Amirauté de sa Gracieuse Majesté. Les CONNAISSANCES DU TEMPS françaises ou espagnoles, tout comme le BOWDITCH outre-Atlantique ont également cessé de donner aux marins ce type de renseignements.
Il nous reste cependant une solution avec les tables HO (ou AP) et c'est ces dernières que je vous propose d'utiliser dans le but de recréer lesdites tables.

Vient ensuite la difficulté des mesures en elles-mêmes. La précision étant de mise, on s'appliquera à corriger les relevés au maximum des données astronomiques qui figurent dans les éphémérides nautiques :

- Pour la hauteur du Soleil, on fera les corrections astronomiques en s'assurant que toutes les données relatives à la dépression, à la réfraction et au demi diamètre sont prises.
- Pour la hauteur de la Lune, on veillera à garder la précision maximum en relation à la parallaxe et au demi diamètre.
- Mais pour ces deux mesures on n'utilisera pas les corrections « totales », ; on séparera les valeurs de dépression, de réfraction et de parallaxe pour obtenir des hauteurs intermédiaires, les hauteurs observées, qui seront utilisées pour corriger la mesure de distance entre le Soleil et la Lune.

On ne prendra pas de mesures de hauteur d'angle inférieur à 20°, mais si possible de plus de 30°. A partir de 40°, les erreurs sont peu remarquables.

Idéalement, il faudrait prendre une distance lunaire qui soit sur le chemin céleste de notre satellite. C'est en effet là que le mouvement horaire est le plus rapide, donc la précision la plus grande. On peut apprécier la trajectoire de la Lune dans le ciel en prenant la bissectrice de l'angle que marque le croissant de l'astre.

Globalement, il est conseillé de prendre une série de mesures et de les porter sur un graphique, pour chacun des relevés effectués. On éliminera ainsi les mesures erronées et on pourra procéder facilement à des interpolations.

L'expérience montre qu'il est préférable de prendre dans l'ordre :

- hauteur de la Lune,
- hauteur du Soleil et en dernier
- distance Lune-Soleil.

Il n'était cependant pas inhabituel à l'époque de prendre toutes ces mesures en même temps, par trois observateurs pourvus chacun d'un sextant !

Pour la méthode proposée, cela signifie, comme déjà relevé, qu'on dispose à bord d'un moyen de mesurer non pas l'heure, mais le temps écoulé entre les mesures. Même un mauvais réveil matin peut faire l'affaire. A défaut, il faudra compter les secondes entre les mesures, un peu comme on fait pour vérifier la période d'un feu. Le résultat sera simplement un peu moins précis et nous verrons quelles sont les limites de la méthode.
De même, il va de soi que l'on a toujours une idée de la position estimée, comme pour l'approche des autres calculs de navigation astronomique.

Recherche de la distance lunaire calculée

Les tables de distances lunaires n'existant plus, on les reconstituera en raisonnant de la manière suivante :
Pour un observateur se situant exactement à la PG du Soleil, il est possible de calculer la distance Lune - Soleil au moyen des tables HO.
En effet, l'observateur ayant le Soleil au zénith, la distance entre les deux astres est égale à la hauteur zénithale, soit « 90°- Hauteur calculée des tables ». On prend donc dans les éphémérides les coordonnées célestes de la Lune et on applique la méthode usuelle avec les tables HO pour obtenir la hauteur de la Lune. On n'a pas besoin de l'azimut.
On retranche cette valeur de 90° et on obtient la distance lunaire vraie entre Soleil et Lune pour une heure UT bien précise, à la date concernée.

En effectuant une démarche similaire pour l'heure suivante, on obtient deux résultats que l'on peut aisément porter sur un graphique. Tout comme pour les marées, plus le graphique est grand, plus on aura de précision.
En admettant que la progression est linéaire, on peut alors indiquer pour chaque instant entre ces deux heures quelle est la valeur de la distance lunaire et vice-versa. Mathématiquement et pratiquement, il est démontré que l'on peut considérer que cette progression est linéaire avec une précision bien suffisante.

Corrections relatives aux mesures de la distance lunaire

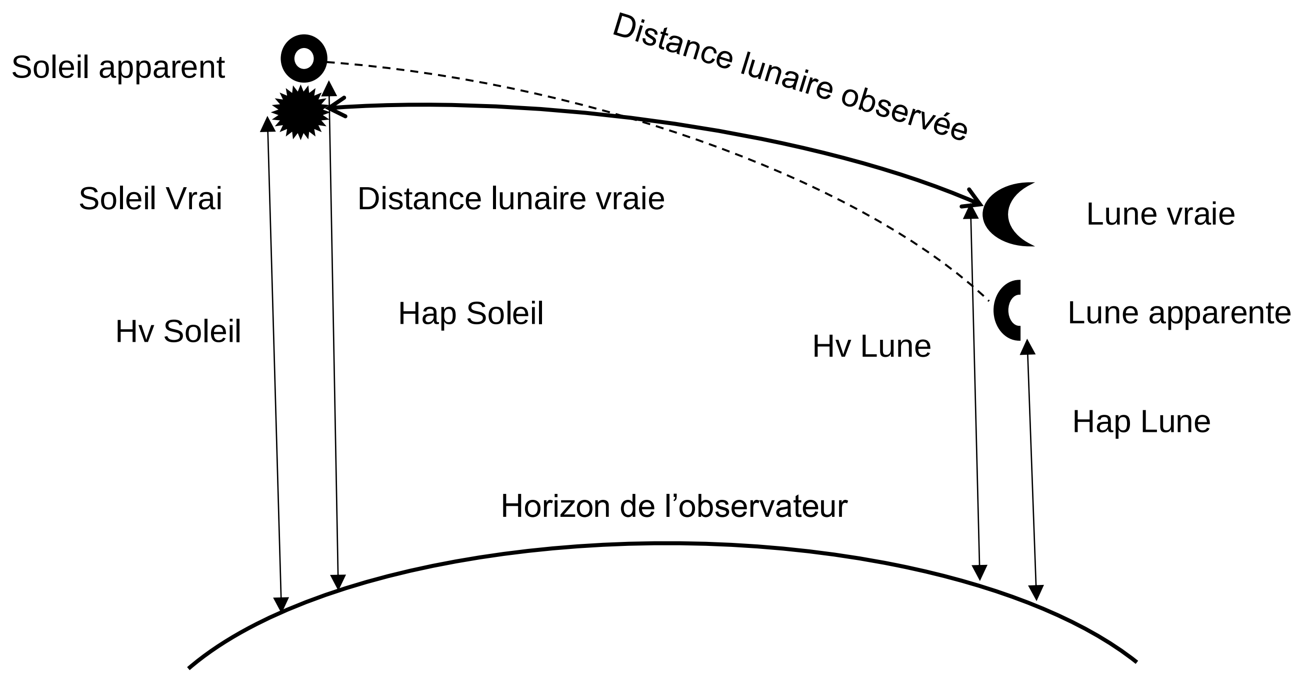
Comme toujours, il faut tout d'abord corriger le sextant de la collimation et de la scolaire et très éventuelle excentricité.

Puis il faut tenir compte des demi-diamètres respectifs des astres, selon les éphémérides, mais pas de la dépression due à la hauteur de l'œil, l'horizon n'intervenant pas dans cette mesure.
On obtient ainsi une mesure de distance lunaire intermédiaire, à laquelle on peut alors ajouter les corrections en relation avec la réfraction et la parallaxe.

- On rappellera ici que la correction pour la réfraction est toujours négative, la réfraction des rayons lumineux à travers les couches de l'atmosphère faisant que l'astre semble toujours plus haut qu'il n'est en réalité. Pensez au coucher du Soleil dont le centre vrai se trouve effectivement sur l'horizon, alors que l'astre se voit avec encore approximativement un tiers de son diamètre au-dessus de l'horizon.

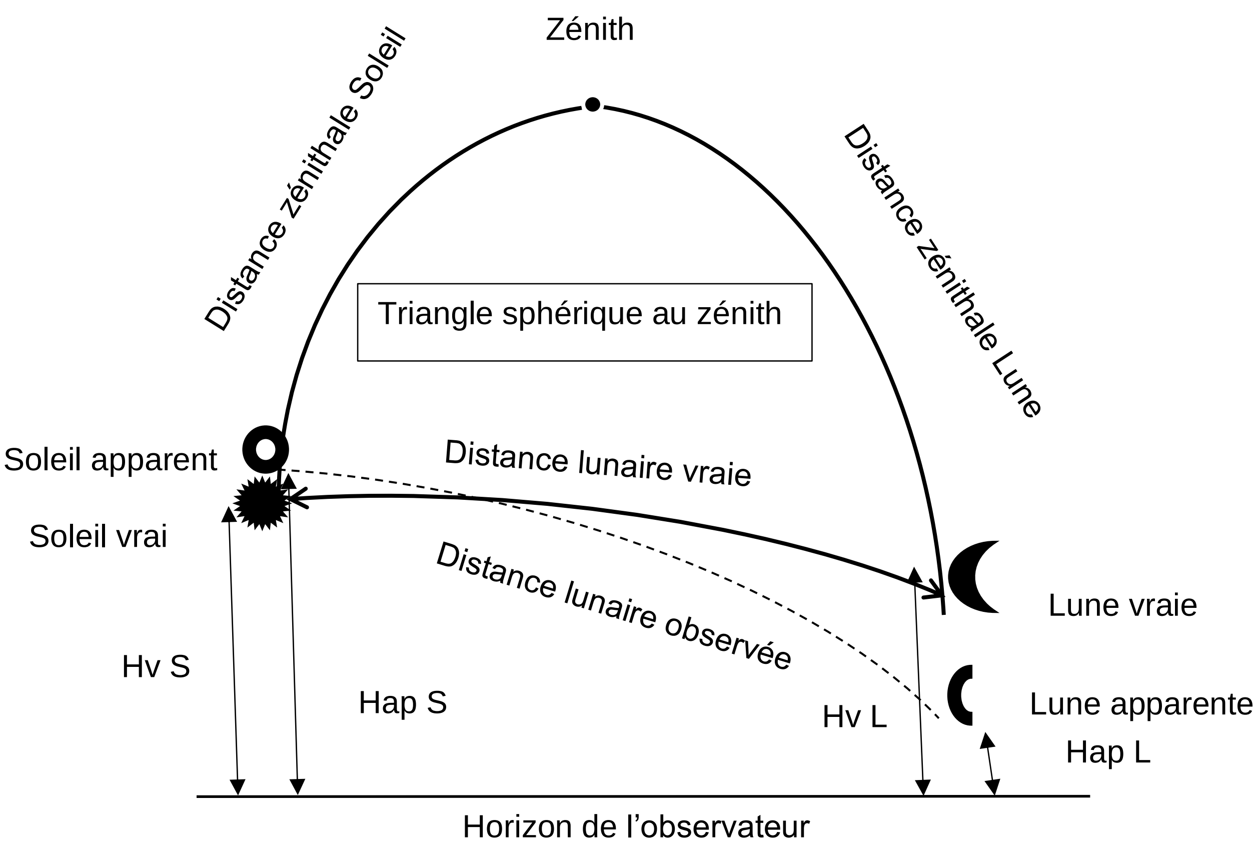
- Quant à la parallaxe, c'est la correction à apporter pour que nos mesures de hauteur soient rapportées en un point au centre de la Terre. L'angle de la parallaxe correspond au rayon que représenterait la Terre depuis l'astre observé (Soleil, Lune, etc.). Cette valeur dépend de la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon, maximale à une hauteur nulle, nulle lorsque l'astre est au zénith.

La parallaxe est toujours positive et, pour la Lune, peut atteindre jusqu'à 62'. Elle peut changer assez rapidement au cours d'une même journée. Pour le Soleil, la valeur de la parallaxe est peu significative et on peut la négliger.



Il s'agit ainsi de convertir la distance lunaire observée (----), corrigée des demi-diamètres respectifs, en la distance lunaire vraie (——), corrigée de la réfraction sur le Soleil et de la parallaxe ainsi que de la réfraction relative à la Lune (assumant la parallaxe solaire comme négligeable).
La réfraction est toujours négative alors que la parallaxe en hauteur est toujours positive. Aussi, le Soleil observé est toujours plus haut, alors que c'est l'inverse pour la Lune.

La formule pour corriger une mesure de distance lunaire (cleaning en anglais) est certes un peu compliquée, car nous devons tenir compte de passablement d'éléments comme vu ci-dessus.
Au cours des siècles, nombre de mathématiciens et astronomes se sont penchés sur ce problème pour trouver une méthode de calcul simple à ce problème complexe. Pour ne nommer que quelques-uns : Borda et Delambre en France, Krafft, Young, Airy, Leacher, Merrifield et aussi Chauvenet aux USA, Lyons et Dunthorne en Grande Bretagne, sans négliger Maskelin, le grand défenseur de la méthode au Royaume Uni.
Toutes les formules mathématiques proposées restent forcément complexes, vu le nombre d'éléments à prendre en compte. Mais le marin n'a nul besoin d'une précision à la seconde d'arc : sur son navire, tout au plus peut-il prétendre à chercher la limite de la demi-minute, moins prétentieusement, la minute d'angle.
Les mathématiciens se sont efforcés à trouver des formules trigonométriques simples, utilisant entre autres les logarithmes ainsi que des éléments comme le sinus verse et l'haversine des anglosaxons (voir mon texte 085 – Haversine et sinus verse).



La figure ci-dessus illustre la correction que nous devons apporter à la mesure de la distance lunaire observée pour obtenir la distance vraie.
On constate que l'angle au zénith est commun aux deux triangles sphériques formés par le soleil observé par rapport au soleil vrai d'un côté et par la Lune observée par rapport à la Lune vraie de l'autre. En toute logique, le côté opposé à l'angle au zénith change en passant des valeurs observées au valeurs vraies, vu que la valeur des côtés change.
On peut donc appliquer à ces deux triangles ayant un angle au sommet identique les formules basiques de la trigonométrie sphérique (formule du cosinus), puis mettre ces dernières en relation d'égalité.
On obtiendra ainsi une formule qui nous permettra de calculer la valeur de la distance lunaire vraie, au vu des autres éléments des triangles sphériques.
Dans les formules ci-dessous, en respectant les symboles utilisés dans mon cours de navigation astronomique nous avons utilisé les abréviations suivantes :

- Ho L = hauteur observée de la Lune
- Hv L = hauteur vraie de la Lune
- Ho S = hauteur observée de Soleil
- Hv S = hauteur vraie du Soleil

On y ajoutera simplement :

- Dv = distance vraie
- Da = distance apparente
- Ha L = hauteur apparente Lune
- Ha S = hauteur apparente Soleil

La hauteur apparente d'un astre, Ha, correspond à Ho + correction due à la dépression et du demi-diamètre astral. On ne tient donc pas compte de la réfraction, ni de la parallaxe.

Pour le calcul de la distance lunaire Dv, on dispose de la formule de Young :

- cos Dv = (cos Do + cos (Ho L + Ho S)) * cos Hv L * cos Hv S/cos Ho L / cos Ho S – cos (Hv L + Hv S)

Ou de celle de Dunthorne :

- cos Dv = cos (Hv L – Hv S) - (cos (Ho L + Ho S) - cos Do) * cos Hv L * cos Hv S / cos Ho L / cos Ho S

Ces formules découlent de la résolution de triangles sphériques qui donnent la relation suivante :

- cos Dv = sin Hv L * sin Hv S + (cos Da - sin Ha L*sin Ha S) * cos Hv L * cos Hv S / cos Ha L / cos Ha S

Comme déjà dit, c'est simplement deux fois la formule fondamentale des triangles sphériques, appliquée aux triangles du zénith avec les positions apparentes et les positions vraies. Ces triangles ont en commun l'angle correspondant à la différence de l'azimut des deux astres.
Tous ces calculs sont devenus assez simples quand on a la possibilité d'utiliser une calculette scientifique.

On pourrait bien entendu aussi utiliser les tables HO pour résoudre ces questions de triangles sphériques, mais cela dépasse les propos de cet article. Il y a aussi la possibilité d'utiliser les formules destinées à être calculées par logarithmes, cependant à l'heure des calculettes techniques, ce que j'utilisais à l'époque est devenu un peu obsolète.

Interpolation linéaire
Par une simple règle de trois, ou au moyen d'un graphique, on est maintenant en mesure de déterminer l'heure UT à laquelle correspond la distance lunaire D_L mesurée et corrigée. On pourra alors passer à la navigation astronomique conventionnelle et déterminer la position en utilisant les hauteurs relevées pour la Lune et pour le Soleil et en déterminant les deux droites de hauteur concernées (voir figures aux pages suivantes).
Force est de constater que la précision de l'heure n'est pas extraordinaire, ce qui explique la nécessité des formules mathématiques complexes proposées par les mathématiciens pour garantir une meilleure exactitude.

Exemple
Pour illustrer la méthode, reprenons ici une situation dans laquelle nous disposons des éléments suivants :

En date du 23 avril 2007, un peu après la méridienne, nous nous situons en une position estimée de L_e = 49° N, avec une longitude supposée d'environ G_e = 008° W, sans chronomètre.

Nous effectuons une série de mesures :

- Soleil H_i S	50° 00.5'	temps	00m 00s
- Soleil H_i S	49° 56.5'		01m 21s
- Lune H_i L	32° 50.0'		02m 50s
- Soleil H_i S	49° 42.0'		03m 10s
- Distance lunaire D_i L	81° 49.5'		03m 40s
- Lune H_i L	33° 06.0'		04m 20s
- Soleil H_i S	49° 38.0'		04m 40s
- Lune H_i L	33° 13.0'		05m 07s

Point 1, dans un premier pas nous allons calculer les distances Lune-Soleil (D_v) vraies en utilisant les éphémérides et en recréant une **table de distances lunaires**.
On peut aussi trouver ces distances sur internet sous :
https://thenauticalalmanac.com/Lunar_Distance_Tables.html
https://webspace.science.uu.nl/~wepst101/ld/tables.html
Il y a aussi le site de M. Franck Reed qui propose un calculateur des distances lunaires configurable pour un grand nombre de dates :
https://clockwk.com/apps/predict/

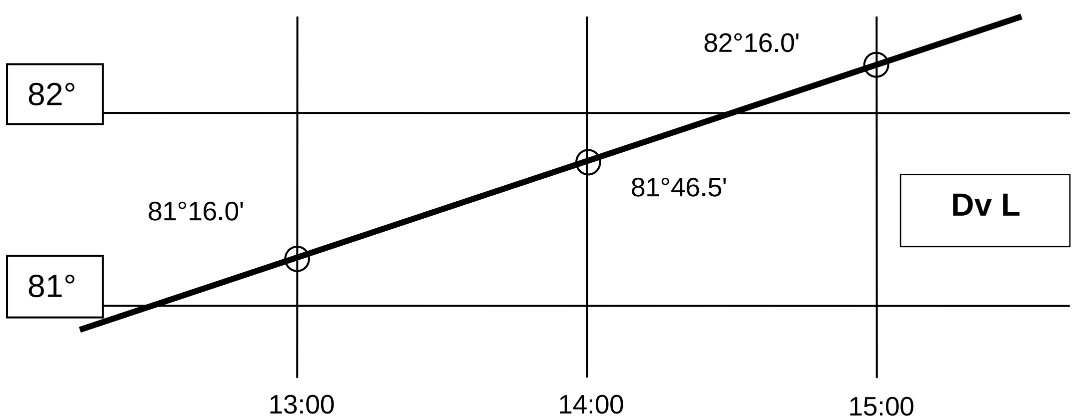
Pour un observateur situé en une longitude de quelques 8°W, en fin avril, le Soleil passe sur le méridien un peu plus de 30 minutes après son passage à Greenwich.
En prenant une bonne marge, on peut estimer qu'on doit être entre 13h et 15h UT.

Point 1A, distance lunaire vraie D_v à 13h UT.
Pour cette heure, les éphémérides donnent une PG du Soleil de 15° 24.3'W / 12° 30.9'N, alors que la Lune se trouve au zénith d'une PG 289° 16.1' / 025° 11.8'N.
Les tables HO / AP nous permettent de déterminer la hauteur de la Lune pour un observateur situé sur la PG du Soleil.
En reprenant tout le processus habituel, on trouve un LHA de 274°, une D_a de la Lune de 25° et une L_a de 12° N. Les tables nous indiquent une H_c de 81° 21' à la P_a.
Au moyen du graphique de carte Mercator, on arrive à relever que sur la PG on est 5' plus près, ce qui revient à dire que la Z_d est plus petite de 5' ; la distance lunaire vraie, à 13h 00m 00s, est donc de (81° 21.0' – 5.0') : 81° 16.0'.

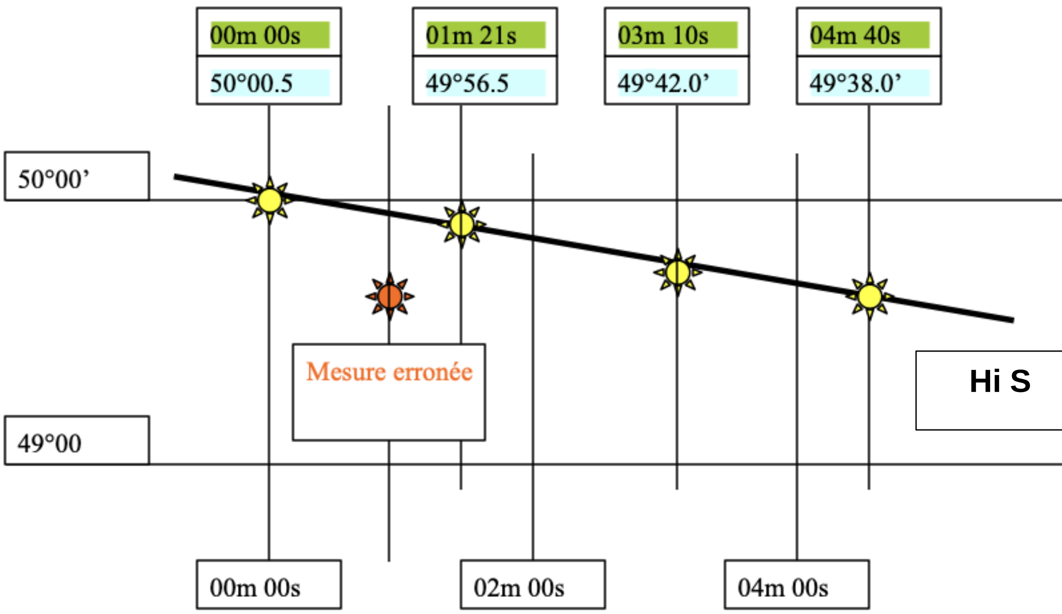
Point 1B, distance lunaire vraie D_v à 14h UT.
En reprenant le processus ci-dessus on arrive à calculer que la distance lunaire vraie, à 14h UT est de 81° 46.5'.

Point 1C, distance lunaire vraie D_v à 15h UT.
Enfin, pour 15h, on arrive par le même procédé à 82° 16.0'.

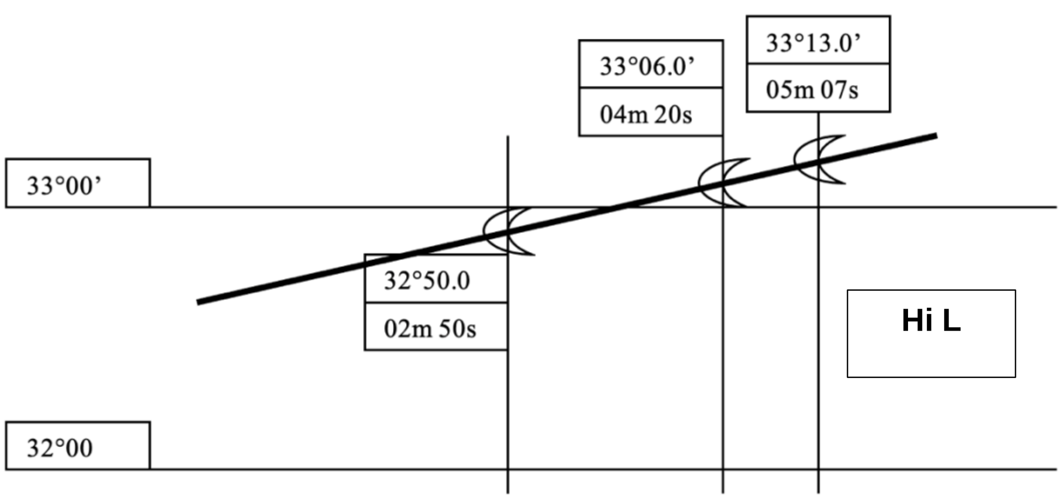
Point 1D, graphique des distances lunaires vraies (éphémérides)
On peut alors poser cette évolution de la D_L sur un graphique qui sera au moins d'un format A4 pour avoir une bonne précision.
On voit tout de suite que l'augmentation de la D_L est effectivement linéaire et représente, à la date du 23 avril 2007, une valeur de 30.0' à l'heure.



Point 2, hauteurs de Soleil
Les hauteurs relevées sont également à reporter sous forme d'un graphique. On constate que la diminution de hauteur du soleil sur les quelques minutes concernées est elle aussi linéaire. Le cas échéant, on pourra éliminer à vue des mesures manifestement erronées.



Point 3, hauteurs de Lune
On procède de même avec les hauteurs de Lune qui se révèlent, elles aussi, être une progression linéaire.



A ce stade du processus, nous pouvons déjà relever qu'au moment de la mesure de la distance lunaire D_L, soit au temps 03m 40s de notre chrono, sablier ou montre bracelet, les hauteurs étaient respectivement de :

- H_i 32° 59.0' pour la Lune
- H_i 49° 40.5' pour le Soleil

Avec D_i 81° 49.5' pour la distance lunaire

Point 4, corrections des hauteurs
L'élévation de l'œil étant donnée à 4 m, nous corrigeons les hauteurs Lune et Soleil pour la dépression, ainsi que les ½ diamètres et la réfraction :

- H_i S 49° 40.5' + corr. 11.6 = H_v S = 49° 52.1' (réfraction = 0.8' et parallaxe = 0.0')
- Ha S 49° 53.0'

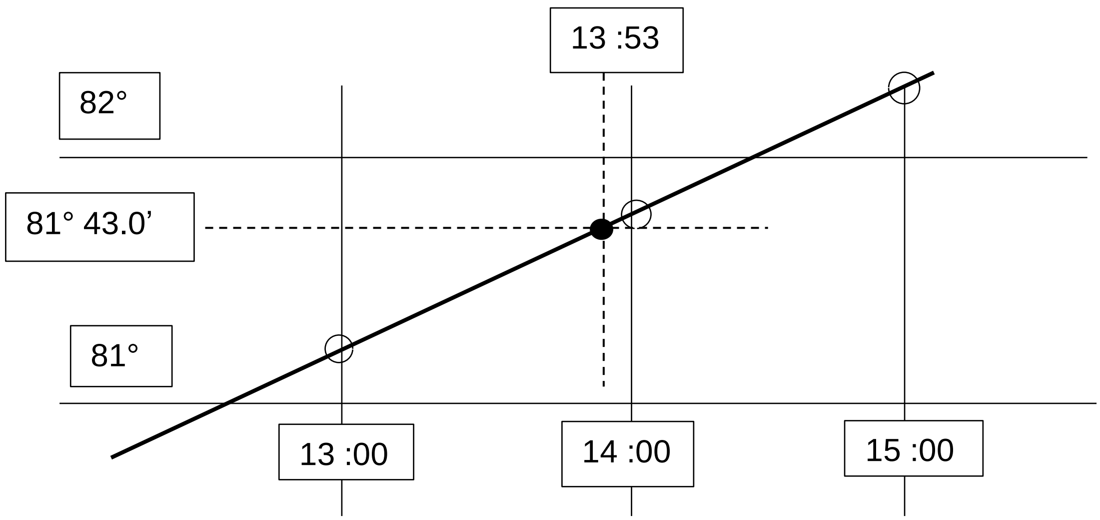
- H_i L 32° 59.0' + corr. 58.9 = H_v L = 33° 57.9' (réfraction = 1.5' et parallaxe = 52.7')
- Ha L 33° 11.5'

On peut rappeler à nouveau que la parallaxe de la Lune étant toujours supérieure à la réfraction, on verra cet astre toujours plus « bas » qu'en réalité. Pour le Soleil, c'est le cas contraire et son centre apparent est « plus haut ». A partir d'une H_O de 40°, la réfraction est inférieure à 1'.

Point 5, corrections de la distance lunaire (cleaning)
On doit tout d'abord tenir compte des demi-diamètres respectifs des deux astres, soit 15.7' et 15.9', selon les éphémérides. Ainsi la D_i passe de 81° 49.5' à D_a L = 82° 21.2'.

Utilisons la formule générale mentionnée plus haut :
cos D_v = sin H_v L * sin H_v S + (cos Da - sin Ha L*sin Ha S) * cos H_v L * cos H_v S /
cos Ha L / cos Ha S.
Un coup de calculette et nous obtenons une distance lunaire vraie de D_v = 81°43.0'.

Point 6, détermination de l'heure UT
Il nous reste à déterminer à quelle heure UT exacte correspond cette distance lunaire vraie, en reprenant le graphique élaboré au point 1D ci-dessus. Nous sommes un peu avant 14h UT, proche de 13h 53m.



Manifestement la méthode graphique ne permet pas de préciser les secondes, ce que peut faire le calcul avec une des formules mathématiques complexes précitées.
A relever à nouveau que la précision des tables HO /AP ne peut prétendre excéder la demi-minute d’angle, tout comme la performance de l’œil de l’observateur dans sa mesure au sextant. N’essayons donc pas d’aller plus loin dans la précision.

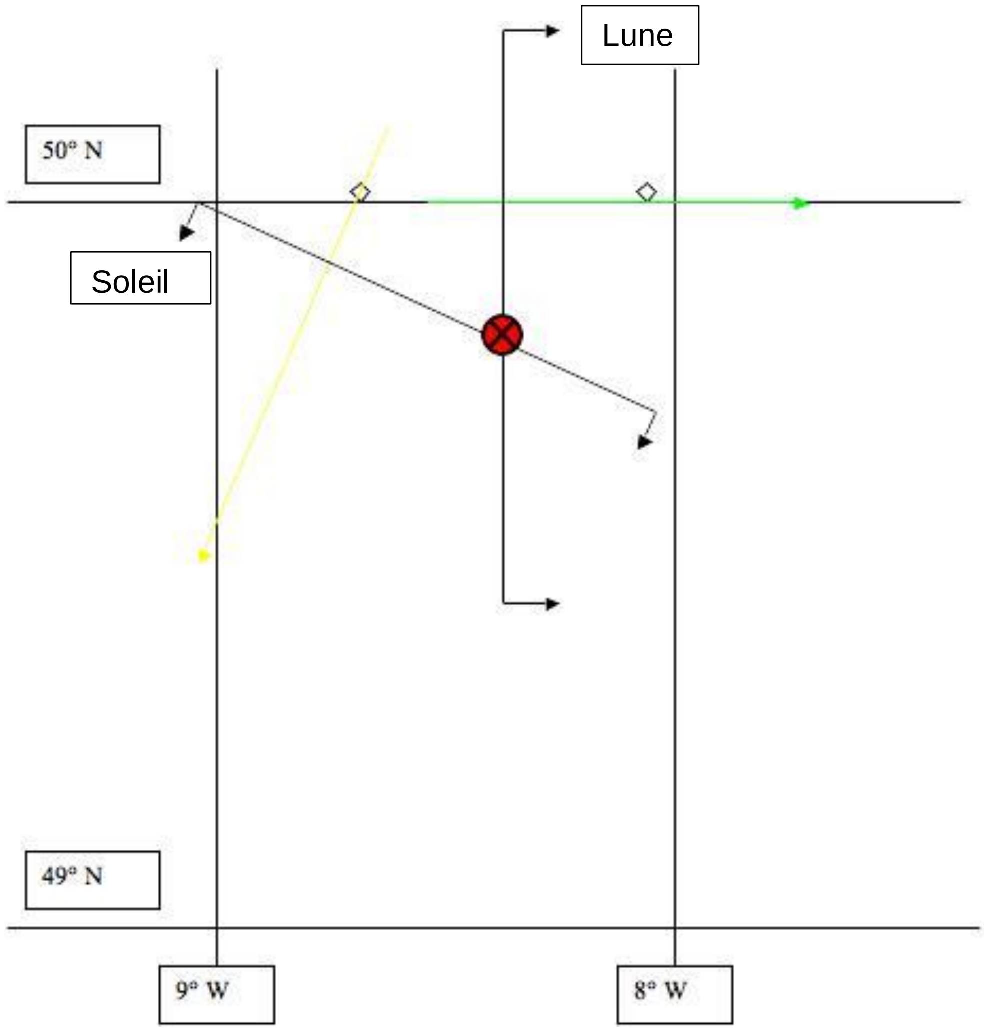
Point 7, position
Prenons maintenant sur nos graphiques les hauteurs Soleil et Lune pour l’heure commune correspondant à la D_L mesurée, soit 13h 53m, correspondant à 03m 40s de nos mesures.

- Pour le Soleil nous avons H_i 49° 40.5’, soit une H_v S= 49° 52.2’
- Pour la Lune, la mesure est H_i 32° 59.0’, soit une H_v L= 33° 58.0’

Par les méthodes usuelles avec les tables HO, on obtient :

- Pour le Soleil, un intercept de 7.5 M plus près, avec une G_a de 008° 39.3 et un Z_v de 211°.
- Pour la Lune, un intercept de 14.5 M plus loin, avec une G_a de 008° 02.4 et un Z_v de 090°.

Ce qui donne, sous forme d'un graphique en projection Mercator :



En guise de conclusion, on voit que les résultats ne sont évidemment pas de la précision que l'on peut espérer avec les méthodes classiques actuelles et avec un chronomètre de qualité. Par ailleurs, la méthode est assez compliquée et chronophage.

L'intérêt culturel reste cependant des plus intéressant et permet de voir que les navigateurs de l'époque avaient plus d'un tour dans leur sac. Parallèlement, il faut se rappeler qu'au XVIIe et au XVIIIe siècles les instruments de mesure n'offraient pas encore la précision des sextants d'aujourd'hui et que le prix de tels instruments représentait une fortune (voir mon texte 114 - Valeur des instruments de mesure d'angles en mer).

La méthode du positionnement par les distances lunaires était donc totalement justifiée.

P.-A. Reymond Lausanne, 28-03-2007 / R2023

Bibliographie, remerciements et crédits divers :

- - Musée de la Marine, Madrid
- - Chambre suisse de l'horlogerie
- - Nathaniel Bowdich
- - Ma.-I. Goni-Picher
- - Astronomía Nautica, Cadiz
- - Navegación astronomica, Luis Mederos
- - CMKCI
- - Cours d'astronavigation, Mongenet & Reymond
- - https://www.plaisance-pratique.com/IMG/pdf/07.4_les_procedes_de_calcul.pdf
- - http://www.siranah.de/html/sail008i.htm
- - Self-Contained Celestial Navigation with HO 208 de John S. Letcher, Jr.
- - Y. Massé
- - https://www.cadrans-solaires.info/le-magazine/